

PROMEDIOS Y AGREGADOS EN ECONOMIA*

Louis M. Spadaro

En una digresión interesante, aunque aparentemente desatendida, el profesor Hayek ha observado que "ni los agregados ni los promedios actúan uno sobre otro y resultará imposible establecer entre ellos las mismas conexiones de causa y efecto que podemos establecer entre los fenómenos individuales, los precios individuales, etc. Incluso hasta me animaría a afirmar que, desde la naturaleza misma de la teoría económica, los promedios no constituyeron nunca un eslabón de su razonamiento [...]".¹

Ahora bien, toda duda sería con respecto a la validez de agregados y promedios es una daga que apunta al corazón de una buena parte de la investigación empírica y el análisis estadístico actuales de la economía. Por lo tanto, requiere que se la siga de manera atenta y sistemática, aun cuando ello implique, según algunos empíricos dedicados, una molesta interrupción de la actividad de "primera línea" de la medición con el mero propósito de un debate "teórico" sobre temas metodológicos.² Sin embargo, es tal nuestra animosa marcha contemporánea sobre datos objetivos que cuando alguien comienza a sospechar que se puede haber hecho un giro equivocado en algún punto anterior casi naturalmente se siente culpable por abrigar este pensamiento traidor y, si en verdad lo pone de manifiesto, debe esperar que se lo considere como un obstruccionista meditativo rodeado de hombres de acción.

Pero la metodología no debería necesitar disculpa alguna. En primer lugar, toda persona comprometida con las políticas y la "economía planificada" debería ser la menos capaz de negar la necesidad de una "ciencia económica planificada". En segundo lugar, tal como lo demostrará una pequeña reflexión, es tan grande la proporción de datos que se acumulan, en la actualidad, en forma de agregados y promedios³ que sería, evidentemente, antieconómico ignorar una posibilidad que, de ser cierta, viciaría ampliamente su utilidad.⁴ Tampoco puede la economía sortear esta dificultad apoyándose metodológicamente en las ciencias físicas. Por un lado, en modo alguno se ha establecido que éstas puedan hacer otra cosa que un uso tentativo e hipotético de la deducción estadística y del razonamiento probabilístico; por el otro, y aunque pudieran hacerlo, no se deduciría necesariamente que el tipo de problema que plantea la economía puede estar sujeto al mismo tratamiento.⁵ El hecho de que las implicancias del concepto de "ley" en las ciencias naturales excluyen la aplicabilidad a las ciencias sociales ha sido puntualizado por muchos⁶ como para necesitar aquí un debate adicional del tema. Nuestra tarea actual no consiste en discutir los amplios aspectos metodológicos e, incluso, filosóficos de la ciencia económica, pese a lo importantes e interesantes que, sin lugar a dudas, son sino en concentrarnos en la tarea relativamente modesta de averiguar

algunas de las características de los promedios y de los agregados que los investigadores de nuestro campo pueden haber omitido considerar, y de intentar clarificar algunas de las implicancias de su uso, teniendo en cuenta que este uso constituye una parte tan integral de la investigación empírica.

Podría resultar útil observar algo que se señaló con frecuencia al comienzo de nuestro debate, en relación con el método estadístico: que éste se divide en dos partes fácilmente diferenciables aunque, como veremos, no enteramente independientes: 1) la descripción de los fenómenos, y 2) la extracción de conclusiones referentes a las significativas relaciones entre estos fenómenos⁷

En la medida en que el segundo de estos aspectos depende del primero, y hace un uso detallado de él tomándolo como su conjunto de datos, se deduce que cualquier promedio que sea parte importante de la investigación estadística descriptiva debe, también, *eo ipso*, entrar en la segunda etapa, o sea la deductiva. Sin embargo, no es ésta la medida de su compromiso dentro de la deducción estadística. Los promedios también forman parte del análisis estadístico deductivo, independientemente de su valor descriptivo; el análisis ha llegado a depender de ellos no sólo porque sus datos se expresan, generalmente, en esa forma sino también, y lo que es aun más significativo, porque parece estar en condiciones de extraer deducciones más estrechas sobre las distribuciones probabilísticas de los datos cuando estos datos se expresan como promedio que cuando se los expresa en la forma "primitiva" de las observaciones individuales. La posibilidad de que esta aparente ventaja inicial termine por transformarse en error o distorsión es precisamente el punto clave de nuestro trabajo.

Por razones de espacio, y para no abusar de la paciencia del lector, no haremos un examen exhaustivo de los muchos problemas planteados por el uso de los materiales agregados en nuestro campo: este trabajo se limitará, entonces, a algunas reflexiones sobre los promedios como un tipo especial de agregado. Enumeraremos ahora algunas de las diversas características de los promedios y examinaremos sus implicancias.

1. El promedio es un tipo especial de agregado

Se ha observado⁸ que el promedio es simplemente un cierto valor de la variable a la que mide y, por lo tanto, tiene necesariamente las mismas dimensiones que esa variable. De ahí que, si la variable es la edad, o el ingreso, o un porcentaje, el promedio de esa variable se expresa, respectivamente, como una edad, un ingreso o un porcentaje.⁹ En este hecho, de otro modo tan conveniente, se esconde cierto peligro. Si los promedios son realmente interpretaciones teóricas un tanto alejadas de la realidad (como intentaremos demostrar en el debate posterior del tema) el hecho de que se los exprese en los mismos términos que a la variable en sí puede otorgarles un realismo ilusorio y puede llevar a los incautos a confundir la sombra con la sustancia.¹⁰ Por supuesto, este riesgo es mucho menor en aquellas áreas en las cuales las realidades se expresan, inconfundiblemente, en unidades discretas; es probable que a nadie se le ocurra pasar por alto el hecho de que una

familia promedio de, digamos por ejemplo, 2,73 miembros, es simplemente un símbolo y no describe a ninguna familia real. Pero cuando la realidad es menos discreta o las unidades menos definitivamente indivisibles, el peligro sigue presente. Y es igualmente grave en lo que respecta a la explicación de causalidad, en el caso de una variable perfectamente continua así como en el de una claramente discontinua, sólo que resulta mucho menos evidente.

A su modo, el promedio admite el agregado acumulativo que, en general, está más relacionado con otros agregados. Es un procedimiento común, toda vez que el número de observaciones individuales sea amplio, evitar la poco interesante tarea de agregar ítem individuales haciendo un cálculo a partir de las distribuciones de frecuencia; sin embargo, podrá observarse que este procedimiento necesariamente involucra el cálculo del promedio dentro del intervalo de cada clase no sobre la base de información específica y exacta (de la que probablemente ya no se dispone) sino haciendo algunas suposiciones amplias acerca de la distribución de los valores individuales dentro del agrupamiento en clases. Estas suposiciones tienden a introducir, en nuestro cálculo, un error sistemático que ni las más ingeniosas manipulaciones matemáticas (tales como las "correcciones de Sheppard") pueden eliminar por completo.¹¹ En la investigación económica actual, muchas entidades cuya inspección demostraría que son, en sí mismas, promedios, se combinan en agregados adicionales o superpromedios de los cuales los índices de precios son, quizás, el ejemplo por excelencia. Si el proceso de cálculo del promedio, en cierto modo, involucra lógicamente un alejamiento de la especificidad causalmente efectiva, este proceso de cálculo del promedio acumulativo nos plantea un nudo gordiano que sólo la cirugía drástica habitual, y no simplemente el análisis estadístico, puede deshacer.

2. Los promedios son "construcciones" mentales

El promedio no es un dato inmediato de la experiencia sino un "resumen" de los datos, indirectamente aprehendidos a través de la percepción. En este sentido, parece acertado decir que adquiere la forma de una proposición,¹² forma cuya determinación puede depender, como señala Marschak,¹³ de una "información *a priori*" que poseemos incluso antes de reunir los datos sobre los cuales nos basamos. Los datos de la experiencia inmediatamente percibidos son relativamente independientes de la teoría y de los conceptos ; los promedios no lo son pero sí son, en su lugar, hechos *descriptos*.¹⁴ Por lo tanto, no puede considerarse al promedio como un simple agregado de las observaciones individuales; tiene por objeto resumir y, de este modo, necesariamente sacrifica cierta dosis de realismo en aras de la precisión numérica.¹⁵ El deseo de alcanzar esta forma de "precisión" es, por supuesto, parte de la antigua convicción de la economía según la cual, si cuantificamos los fenómenos económicos podemos formular "leyes" que les sean aplicables;¹⁶ pero no siempre se ha reconocido que los requisitos de la cuantificación y de la formulación de leyes puedan tender a subordinar la naturaleza básicamente individual, es decir, a considerarlos como meras ilustraciones representativas de las leyes.¹⁷ Quizá, debido a la especial importancia de las diferencias que existen en las

ciencias sociales, la supresión de la individualidad de las cosas por carecer de importancia científica, lo que Max Weber denominó "monismo naturalista de la economía", parece tener consecuencias especialmente importantes, entre las cuales puede hallarse el tema de la veneración de los promedios que estamos debatiendo.¹⁸

En este sentido, quizá sea de suma importancia darse cuenta de que, en cierto modo, el promedio constituye la negación de la significación de las diferencias y los cambios.¹⁹ La noción del promedio necesariamente suprime, en la dimensión promediada, cualquier variación o "desviación" que pudiera haber entre sus componentes ; y aun cuando el hecho de las diferencias individuales no se descarte en forma deliberada, esas diferencias, en tanto el promedio sustituya a los datos originales en cálculos futuros, se vuelven totalmente indeterminadas y, por lo tanto, causalmente inoperantes. Cuando decimos que el ingreso promedio de un grupo de, por ejemplo, diez familias es de u\$s 4,000 y pasamos a utilizar esta cifra en nuestras explicaciones de resultados económicos, implícitamente transferimos el poder causal de los ingresos individuales que formaba parte de ese promedio a un grupo de diez familias ficticias, cada una de las cuales se supone que tiene un ingreso de u\$s 4,000. En realidad, algunos parecen extraer importantes conclusiones respecto de la "tendencia al consumo" que tiene este grupo en oposición a la de otro grupo cuyo ingreso promedio es de, por ejemplo, u\$s 5,000. Pero quizá sea incongruente insistir en las consecuencias de una diferencia entre dos promedios en este sentido, mientras que se dejan de lado las diferencias existentes dentro de cada uno de ellos.

Este último tipo quizá sea el más significativo de los dos, desde el punto de vista causal. De todas maneras, puede haber al menos la misma fuerza económica, explicada, por el hecho de que dentro de cada grupo puede existir una amplia variedad de diferencias de ingresos individuales más que por la diferencia necesariamente atenuada entre los promedios. Si en el primer grupo de nuestro ejemplo hubiera 9 familias con ingresos de u\$s 1,000 y una de u\$s 31,000 (promedio: u\$s 4,000) y en el segundo grupo, 4 con u\$s 11,000 cada una y 6 con u\$s 1,000 cada una (promedio : u\$s 5,000), es obvio que estaríamos ante un "potencial" causante mucho mayor que lo que se demuestra en la comparación de los promedios. La "tendencia promedio al consumo" quizá sea, entonces, uno de nuestros más flagrantes abusos del promedio.

En la medida en que esta acción económica dependa en última instancia, para su explicación, de diferencias individuales,²⁰ el empleo de promedios nos aleja de dicha explicación simplemente porque minimizamos esas diferencias. Pues, por su propia naturaleza, en un promedio sólo se puede minimizar, o hasta eliminar, las diferencias, pero nunca magnificarlas. No existe, entonces, posibilidad alguna de reconfortarse a través del efecto compensatorio de los grandes números, pues la distorsión acarreada por el uso de promedios no puede, irónicamente, "promediarse" a sí misma. La posibilidad menos distorsionante para un promedio no radica ni en minimizar ni en magnificar y esto sólo resulta aplicable al caso de componentes idénticos (en nuestro ejemplo, el de diez familias con un ingreso real cada una de u\$s 4,000 o 5,000) en el caso propio, en, otras

palabras, en el caso en el que el promedio pierde la mayor parte de su utilidad representativa, si no toda. Pues, al reflexionar sobre ello, se considerará que la "construcción" del promedio debe su existencia misma a las diferencias; no habría necesidad alguna, ni siquiera utilidad, en calcularlo o utilizarlo, a no ser por dichas diferencias. El estudiante de estadísticas que se sorprende al interpretar que la suma de desviaciones desde la media aritmética siempre equivale a cero, nunca antes había entendido el significado del promedio, o bien está momentáneamente confundido ante una terminología nueva; la afirmación es meramente tautológica; es cierta "por construcción".

Entonces, ¿ por qué existen los promedios? Precisamente porque la individualidad de los casos (en las ciencias físicas al igual que en las sociales) con frecuencia resulta imposible de rastrear para quienes tienen como meta el descubrimiento de leyes exactas para describir y predecir hechos.²¹ Según parece existe un principio de "seguridad en los números", aun en la ciencia, y cuando la unidad es recalcitrante al ordenamiento exacto, volvemos atrás para considerar las grandes masas de esas unidades y parecemos encontrar regularidades en su comportamiento grupal que compensan nuestra frustración frente a, la unidad independiente.²² Y esto, a modo de repetición, no es sólo aplicable a las ciencias sociales;²³ por ejemplo, la reacción de la física moderna ante el principio de incertidumbre de Heisenberg fue la reformulación de la hipótesis subatómica según líneas probabilísticas,²⁴ y sólo el tiempo dirá si esto resulta ser una simple forma de contemporización, porque las implicancias metodológicas, e incluso las filosóficas, de este enfoque aún no han sido enfrentadas en su totalidad.²⁵ En nuestra ciencia, la realidad económica individual ha demostrado ser aun menos dócil que el electrón individual; pues, aunque es posible determinar, por lo menos, el comportamiento promedio de las partículas que por hipótesis son idénticas en cuanto a su estructura e inmodificables en cuanto a su composición en el transcurso del tiempo, las acciones humanas continúan siendo inexorablemente individuales y caprichosamente cambiables.²⁶ Sin embargo, podemos recurrir al análisis masivo mismo, y resulta curioso el hecho de que los científicos sociales -con menos razón para hacerlo- parecen estar mucho más cómodos al adoptar el escudo de los "grandes números" de lo que lo están los físicos.²⁷

Por lo tanto, el promedio es parte de nuestra respuesta al carácter evasivo de la realidad económica. Y ¿cuál es el precio que pagamos por la eliminación de las diferencias problemáticas? Uno de ellos radica en que estas diferencias no se eliminan realmente sino que sólo se vuelven indeterminadas. Al extender nuestro uso de los promedios a las "distribuciones" parecemos retener todavía un control sobre las diferencias; podemos expresar una población utilizando solamente dos parámetros: la desviación media y la desviación estándar. Muchos nos aseguran que una distribución se determina por completo con sólo conocer estos dos parámetros; sin embargo, frecuentemente no se señala con la claridad suficiente que, en primer lugar, éstos casi nunca se conocen con precisión, sino con grados de probabilidad o "límites de confianza" y, en segundo lugar, dentro de cualquier margen de práctica empírica éstas son escalas de probabilidad mucho

más bajas que las de otras disciplinas. No resulta de gran utilidad para aquellos que postulan el enfoque estadístico acumulativo, recordarnos que, después de todo, no sabemos nada inductivamente, con absoluta certeza; podremos admitir esto con prontitud Y aún seguir sin poder ordenar nuestros asuntos económicos sobre la base de las probabilidades que ellos ofrecen; podemos admitir que sabemos que la noche sigue al día con un muy alto grado de probabilidad y aún desear que estuviéramos igualmente "inseguros" sobre el comportamiento del mercado. La inconveniencia de la actual investigación sobre la estadística económica no puede evitarse simplemente sustituyendo la certeza por la probabilidad; allí donde era verdadero que no podíamos deducir leyes con algún tipo de certeza, ahora es igualmente cierto que no podemos extraerlas con un grado de probabilidad lo suficientemente alto como para que resulten de alguna utilidad práctica. Aunque las diferencias puedan ser menos desconcertantes no son por ello menos reales.

Otro de los costos de abandonar la investigación por la frenética acumulación de promedios y demás agregados ha sido la resultante pérdida de especificidad de nuestros datos.²⁸ El promedio es indeterminado. Una vez que se lo ha calculado, si no se retienen los componentes individuales, no cuenta una historia única; existe, en realidad, un número infinito de constelaciones de datos que pueden haber llegado a esta misma cifra promedio. Por lo tanto, también es irreversible. Es imposible razonar a partir de un promedio hasta llegar a los ítem que lo componen; se ha admitido claramente que se produce una "pérdida de información". Pero siempre es preciso recordar que, por un lado, esta pérdida es irrecuperable: no podemos recurrir a los promedios tal como lo hacemos con los logaritmos, para facilitar el cálculo al fin del cual reconvertimos a términos reales; y, por otro lado, la pérdida puede darse precisamente en el área donde menos podemos permitirnosla, la de diferenciales específicos donde la causalidad económica parece tener su origen.²⁹ La atractiva estabilidad que ofrecen los agregados, incluyendo los promedios, en oposición a los hechos individuales, podría, entonces, ser puramente ilusoria; esta "estabilidad" parece aumentar directamente con la inclusividad de los totales y puede ser simplemente el resultado de la eliminación progresiva de significativas diferencias causales. Si sacamos promedios durante períodos de tiempo lo suficientemente largos, desaparecerá hasta el ciclo comercial mismo. Por lo tanto, aun a pesar de estos problemas inherentes a los promedios, existe un punto más allá del cual hasta sus partidarios más entusiastas deberán cuidarse, o bien, arriesgarán dejar atrás todo significado, independientemente del grado de sofisticación matemática. Es posible que este mismo fenómeno de pérdida sea importante, aunque evidentemente en menor grado, en el promedio más simple; esto es, sin duda, cierto en aquellos procedimientos que crean, a partir de promedios ya complejos, otros aun mayores.

3. La "superioridad" de la media como medida de ubicación

Es habitual que los textos sobre el método estadístico señalen que la media es, en la mayoría de los casos, la mejor de las medidas disponibles de la "tendencia central". Esta

opinión acerca de la superioridad de la media parece basarse sobre todo en el fenómeno, frecuentemente observado, de que demuestra mayor estabilidad sobre cierto número de muestras que las otras medidas de ubicación.³⁰ En la práctica, esta estabilidad queda demostrada por el hecho de que la media computada a partir de un número de muestras tiende a agruparse más que si se tratara de observaciones individuales o de otras medidas de ubicación, tales como la mediana o el modo. Éste es, entonces, un argumento fundamental que merece que se lo examine de cerca y con espíritu crítico,³¹ ya que no sólo se relaciona con el promedio como herramienta de descripción sino también, y lo que es aun más importante, con su uso en la deducción estadística.

Se podría comenzar por preguntar si la estabilidad o el agrupamiento implícitos en esto son inherentes al tema tratado por la media o si a ellos contribuye, en todo o en parte, la medida misma. Cuando decimos que la media es una mejor medida de la ubicación central, ¿la estamos evaluando como descripción más exacta de la distribución de la variable real o como construcción que, por su misma composición, tiende a fabricar más tendencia central que la que puede ser inherente a las observaciones de la realidad tal como efectivamente se las realiza? El hecho esclarecedor de que las medias de las muestras extraídas de ciertas poblaciones manifiestan mayor agrupamiento que las observaciones individuales mismas, parece ser más indicativo de la segunda posibilidad que de la primera. Más adelante, en esta sección, se verá un aspecto adicional interesante de este fenómeno; aquí nos contentamos con averiguar sobre qué premisas, si es que hay alguna, parecería basarse la presunta superioridad de la media en su aspecto *descriptivo*.

Quizá valga la pena observar, a este respecto, que si suponemos una población que es perfectamente "normal" en el sentido estadístico, la superioridad puramente descriptiva de la media sobre, digamos, el modo y la mediana, en gran parte desaparece. En tal caso, las tres mediciones coinciden completamente y la media no ofrecería ninguna ventaja descriptiva; en realidad, y como su cálculo resulta un tanto trabajoso, justamente lo opuesto parecería ser lo verdadero. No perdería su superioridad de muestreo (es decir, de agrupamiento) pero esto, como hemos dicho, puede ser introducido accidentalmente por el concepto mismo de cálculo del promedio. Sólo cuando comenzamos a dejar la "normalidad" de distribución, la superioridad descriptiva de la media logra afirmarse. Veamos ahora qué implica esto.

Las dos características sobresalientes de una distribución normal son su simetría y su unimodalidad. Si consideramos alejamientos pequeños de la normalidad introduciendo una leve asimetría en nuestra distribución (pero reteniendo, por el momento, su unimodalidad), las tres medidas dejarán de coincidir. En estas condiciones, el modo seguirá describiendo el valor más típico, pero ya no estará ubicado en el centro de la distribución; la mediana ya no recaerá en el valor más típico pero aún seguirá indicando el centro (aunque ahora sólo en relación con el *número de casos* y no el centro del *valor total*); la media ya no se encontrará en la clase típica ni en el centro numérico pero seguirá indicando, por así decirlo, el "centro de gravedad" de la distribución (es decir, el

valor total de la distribución dividido por el número de casos). Ahora bien, es evidente que cada una de estas medidas ha retenido, de acuerdo con su naturaleza, un tipo diferente de centralidad descriptiva; por lo tanto, es lógico suponer que el reclamo de superioridad para la media debe basarse en la convicción de que retiene el tipo de centralidad que se considera más importante para la descripción exacta, en este caso, a saber, la centralidad del valor total. Una pequeña reflexión demostrará que esta convicción debe basarse, a su vez, en alguna noción de la naturaleza *aditiva* de los fenómenos medidos (y, de esta manera y por otro camino, regresamos al reconocimiento de la media como un tipo de agregado). Pero, al menos en economía, no es un asunto sencillo suponer la naturaleza aditiva de las cosas; hay muchos que negarían enérgicamente, y con argumentos notables, esa posibilidad en cualquier conjunto de materiales relacionado con las valoraciones humanas. Es evidente que estamos frente a una cuestión que debió haberse resuelto definitivamente antes de que se pudiese proseguir con el propósito de establecer el promedio como la herramienta preferida del análisis calculativo; sin embargo, no fue así. Hasta que lo sea, -algunos economistas estiman que es lícito considerar el valor modal, ya que se da con mayor frecuencia en la experiencia real que un valor virtual, teóricamente ajustado, como el promedio, como más útil para su campo de acción. El argumento de que la media es representativa de *toda* la distribución (mientras que el modo no lo es) y de que, por lo tanto, puede entrar aun más en el cálculo algebraico no debería engañarnos. En primer lugar, la facilidad de un tratamiento matemático adicional no es, en sí misma, suficiente como para justificar el promedio; en segundo lugar, la representatividad a la que se ha aludido puede depender, en última instancia, de la afirmación no fundamentada de la aditividad de los fenómenos económicos.

Si nos alejamos de la unimodalidad al igual que de la simetría en la distribución, el valor descriptivo de la media se aleja aun más de los casos reales y se convierte, con mayor claridad, en un símbolo puramente teórico cuya aplicación superior tanto a los problemas de descripción como a los de estimación, evidentemente disminuye.³² Por lo tanto, llegamos a que el área de superioridad de la media es aquella relativamente pequeña determinada por distribuciones que difieren sólo levemente de la normalidad completa. El alcance de este trabajo no da lugar a un examen detallado del importante corolario que surge por sí mismo: la cuestión respecto de la medida en la cual los verdaderos fenómenos económicos adoptan naturalmente la forma de distribuciones cuasi normales. Esta consideración por sí sola nos llevaría hasta temas tan confusos como la teoría de la probabilidad,³³ la naturaleza de la causalidad e, incluso, la naturaleza de la realidad.³⁴ Teniendo en cuenta nuestro objetivo específico en este trabajo quizá sea suficiente reconocer que gran parte de las investigaciones actuales parecen basarse en la proposición de que las distribuciones cuasi normales describen con precisión muchas e importantes realidades económicas. Por lo tanto, en las próximas dos secciones deberemos considerar la posibilidad de que algunos aspectos de esta aparente regularidad en el material estadístico que utilizamos hayan sido, quizás, introducidos inadvertidamente por nosotros mismos mediante la simple adopción de los promedios

como instrumento de análisis.

4. Algunas premisas respecto de los fenómenos implícitos en el uso de los promedios

Hemos visto que el justificativo que se da para recurrir al uso de los promedios puede depender, en gran medida, de la validez de la premisa de que los fenómenos considerados de esta manera están, *de natura*, generalmente distribuidos en una forma más o menos aproximada a la curva normal.³⁵ A su vez, esta premisa implica un número de proposiciones que se refieren a la naturaleza del promedio y a sus componentes ; por lo tanto, quizá resulte útil examinar cada uno de ellos brevemente para determinar si son válidos o no, sobre todo en el caso de los datos económicos.

a.) Variables "*continuas*". En un sentido estricto, una variable no puede estar distribuida de manera perfecta y normal, si es del tipo discontinuo.³⁶ Como ejemplo de esto, que también resultará útil más adelante, consideremos la bien conocida convergencia de las distribuciones binomiales y normales. La expresión binomial frecuentemente utilizada en la elemental teoría de la probabilidad aplicada a dos hechos es la siguiente:

$$(p + q)^n$$

La expresión de este binomio, al aumentarse el exponente n , produce coeficientes (de p y q y sus términos intermedios) que se disponen de manera simétrica y unimodal. El histograma resultante -si lo trazáramos de modo de facilitar la visualización, a pesar de que se acerca a la distribución normal³⁷ a medida que aumenta el exponente, nunca puede ser idéntico a la curva pareja de la distribución normal estadísticamente perfecta porque los intervalos de la variable n , en este caso, no disminuyen infinitamente; para poder llegar a la distribución normal, en este ejemplo, es necesario imaginar a n como capaz de adoptar cualquier valor, por más pequeño que sea ; en otras palabras, convertirse en una variable continua. El eminente matemático francés Henri Poincaré ha generalizado la demostración de lo antes mencionado mostrando que lo que lleva a esta distribución es una propiedad que posee cualquier variable continua, es decir, que sus derivadas son limitadas.³⁸

Ahora bien, ¿cuán característica de los fenómenos económicos es la variabilidad continua?, ¿son continuamente variables los precios reales, la producción, los ingresos, la demanda del mercado o alguno de los demás datos importantes? Supuestamente no ; por lo tanto, la distribución normal sólo puede aplicarse a ellos en teoría (es decir, por una suerte de interpolación conceptual) y debe tenerse esto en mente al evaluar la validez de cualquiera de los instrumentos de análisis basados en las dimensiones de la curva perfectamente normal; y aquella parte considerable de la deducción estadística cuya validez depende, mediante el empleo de algunos tipos de prueba de importancia, de la "teoría de los errores" y de otras distribuciones de probabilidad, quizá deba encabezar la lista.

b) *Independencia*. Es un importante atributo de la aplicación del binomio que hemos estado considerando a la teoría de la probabilidad que los hechos a los cuales se refiere sean estadísticamente independientes, es decir, que el surgimiento de uno no tenga efecto alguno sobre la posibilidad de surgimiento de los otros.³⁹ Esto se ve reflejado con claridad cuando consideramos el hecho de lanzar al aire una moneda perfecta, o bien tirar dados perfectos. Pero se podría discutir razonablemente la eficacia de la aplicación de este tipo de independencia a los hechos económicos o a cualquier otro de tipo social. ¿Respecto de cuántas ficciones humanas podemos predicar la necesaria independencia estadística, aun cuando se realice un muestreo al azar?⁴⁰ El estudio del comportamiento social del individuo revela sin cesar nuevas interrelaciones en las respuestas económicas del animal social y gregario; por lo tanto, parecemos estar dirigiéndonos hacia el reconocimiento no de una menor sino de una mayor interconexión entre los fenómenos sociales.⁴¹

c) *Mutua exclusión*. Otro requisito del binomio es que p y q sean mutuamente excluyentes, que el surgimiento de p y de q juntos sea imposible. Una vez más, esta cualidad se aplica más claramente a las monedas y los dados que a las personas y sus acciones. El estadístico puede pensar que satisface este requisito simplemente considerando la forma de su proposición, por ejemplo, A compra o no compra. Pero con frecuencia se da el caso de comprar menos o de comprar un sustituto, lo que cuando se reduce a los términos de esta proposición equivale tanto a comprar como a no comprar. Podemos construir fácilmente categorías semánticas mutuamente excluyentes que satisfagan todos los requisitos analíticos excepto por aquel, fundamental, que corresponde a los hechos cotidianos.

d) *Exhaustividad*. No sólo es la probabilidad de p , en nuestro binomio, excluyente de la de q , sino que también es necesario que, entre los dos, agoten toda la probabilidad. En la habitual formulación matemática, todo el rango de probabilidades está comprendido entre 0 y 1, y lo que se requiere aquí de p y q (o bien, en el caso de un multinomio, de todo el conjunto de términos) es que, de modo invariable, se sumen exactamente hasta alcanzar la unidad.⁴² Ahora resulta evidentemente imposible para el científico social concebir todas las posibilidades dentro de su tema y, menos aun, calcular el peso probabilístico de cada una de ellas. Y esto no se debe a que no lo ha intentado. La actual bibliografía económica brinda evidencia elocuente, aunque inconfluyente, de intentos heroicos por enfocar la inclusividad total mediante el uso de "modelos" o sistemas de ecuaciones simultáneas, método que, al parecer, no explica nada a menos que lo explique todo. En este sentido no se puede evitar la sensación de que los economistas pueden haber sido culpables de tratar de llegar directamente al equivalente, dentro de su campo, de una Teoría Unificada de Campo, sin haber intentado formular las leyes componentes de la gravitación y del electromagnetismo. Podemos admitir fácilmente que no existe, después de todo, ninguna ciencia omnisciente, y sin embargo cuestionar el valor práctico de este

enfoque como un camino de conocimiento para el hombre mortal.⁴³

e) *Homogeneidad*. Es una consecuencia de las implicancias adicionales del promedio el hecho de que los ítem que lo integren sean homogéneos, o bien "del mismo género".⁴⁴ Este requisito adquiere mayor importancia, e incluso insistencia, en cuanto a dimensión ya que estamos comprometidos -como ocurre actualmente con gran frecuencia- en la combinación de promedios sin asegurarnos cabalmente de su comparabilidad, pues la mayoría de las estadísticas económicas son lo que R.G.D. Allen ha denominado ⁴⁵ "bolsas mixtas" de ítem heterogéneos cuya pretensión de homogeneidad es parcial, o ideada, o ambas cosas. En este sentido, el -analista estadístico debe resguardarse constantemente de las graves malas interpretaciones que se hacen del alcance de estas mediciones pues una persona con ingresos "promedio" puede no ser promedio más que en este sentido y, tal como hemos visto, puede estar lejos de ser típica incluso hasta en este caso. Además, cuando se trata de datos que involucran un intervalo considerable de tiempo, la certeza de la homogeneidad requiere verificación para descartar la posibilidad de que algunas de esas variaciones directamente inobservables que han sido denominadas "cambios estructurales"⁴⁶ hayan logrado viciar cualquier comparación verdadera de datos. En consecuencia, el requisito de homogeneidad para una cuantificación válida de datos económicos es, o debería ser, uno de los obstáculos más desalentadores que surgen ante el análisis matemático en la economía.⁴⁷ Por ejemplo, no se tiene nunca la certeza de que los precios (quizá las cantidades numéricas de uso más frecuente en nuestro campo) pagados por distintos individuos, o por el mismo individuo en distintas oportunidades, realmente difieran en más o en menos de lo que su proporción parece indicar, ya que la unidad en la cual se hallan expresados es, en sí misma, el objeto de una variada apreciación individual. Un promedio compuesto por precios de diversos significados en cuanto a su valoración tendría solamente una homogeneidad superficial y, por lo tanto, una validez dudosa.⁴⁸ Ésta posiblemente sea una de las razones que explican la sorprendente incapacidad, incluso hasta de los índices de precios más cuidadosamente preparados, para brindarnos un coeficiente que pueda luego ser aplicado con precisión y sentido a los mismos datos individuales sobre la base de los cuales se calculó el índice en sí.

5. El promedio es un "multiplicador"

Habitualmente se considera que una de las grandes ventajas del promedio radica en que resume la información de muchas observaciones individuales en el ámbito relativamente breve de una única figura representativa. En cierto sentido esto resulta indudablemente cierto; donde antes aparecía un número de ítem, ahora surge uno solo, y ya hemos discutido algunas de las implicancias del poder descriptivo de esta "única" cifra. Sin embargo, se presenta un hecho curioso si comenzamos con un número finito de observaciones reales y luego consideramos el número total de promedios posibles que puede producir este número finito de ítem. Resulta que para cualquier número de observaciones originales superior a dos, el número total de promedios posibles (a) supera

al número de ítem originales y (b) se aleja rápidamente de estos últimos a medida que aumentan en número. Habitualmente, como tendemos a considerar el número de hechos promediados como infinito, o al menos indefinido,⁴⁹ este aspecto del asunto no es evidente y solemos seguir aceptando el promedio, de modo incuestionable, como una destilación o resumen de información. (El concepto de infinito, necesariamente vago y esquivo para nosotros, es un débil marco de referencia para nuestras mentes y experiencias finitas; un número finito más grande no está, por ejemplo, perceptiblemente más cerca del infinito que uno más pequeño, y la deducción respecto de que lo está se hallará en una comparación de los números finitos entre sí y no con el infinito.) Por lo tanto, en el siguiente debate, consideremos sólo un número finito y definido de hechos u observaciones, digamos diez y, de manera tal de evitar cualquier connotación numérica accidental, designemos a estos diez elementos como A, B, C, ... J.

Ahora bien, ¿cómo podemos determinar el número de promedios a los que estos diez dan lugar? Aquí la teoría matemática de las combinaciones se acerca para ayudarnos;⁵⁰ de acuerdo con este principio, el número total de combinaciones, C_n^r de n cosas tomadas r por vez es :

$$C_n^r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ahora, n cosas pueden tomarse en forma variada como 0, o 1, o 2..., o n por vez, de modo tal que simplemente resolviendo la fórmula antes mencionada sucesivamente para $r = 0, 1, 2, \dots, n$ y sumando los resultados obtendremos el número total de combinaciones posibles. En nuestro ejemplo, en el cual el valor de n es 10, los resultados pueden expresarse gráficamente haciendo referencia al famoso triángulo de Pascal:

$n=$	$r=$										$r=$	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Nºtotal de combinaciones
1	1											2
2	1	1										4
3	1	3	1									8
4	1	4	6	1								16
5	1	5	10	10	1							32
6	1	6	15	20	15	1						64
7	1	7	21	35	35	21	7	1				128
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1			256
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1		512
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	1024
	C_{10}^0	C_{10}^1	C_{10}^2	C_{10}^3	C_{10}^4	C_{10}^5	C_{10}^6	C_{10}^7	C_{10}^8	C_{10}^9	C_{10}^{10}	

Ingresados debajo de la última línea (que corresponde a nuestro ejemplo de diez ítem) se hallan los símbolos que indican, respectivamente, 10 cosas tomadas como 0 por vez (C_{10}^0), 1 por vez (C_{10}^1), y así hasta llegar a diez por vez (C_{10}^{10}) El número que se halla directamente por encima de cada uno de estos símbolos y a lo largo de la línea $n=10$ indica el número de las diferentes combinaciones posibles para cada caso.

Se observará que la primera y la segunda columnas de diagonales sobre el lado izquierdo del triángulo se relacionarán con los casos $r = 0$ y $r = 1$ respectivamente (es decir, con las cosas tomadas como 0 y 1 por vez). Como ninguno de estos tipos de combinaciones puede considerarse como promedio, para nuestros fines, las hemos excluido trazando una línea entre ellas y el resto del triángulo; esta última parte representa toda la variedad de combinaciones que pueden considerarse correctamente como promedios. Además, como la columna $r = 0$ representa el valor unitario en toda su extensión y la columna $r = 1$ un valor igual, en cada ejemplo, al valor correspondiente de n , podemos adaptar fácilmente la fórmula antes mencionada para el número total de combinaciones de modo tal de obtener el número total de promedios (A^n_r)

$$A^n_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} - (n+1)$$

La tabulación de estos resultados, a medida que n aumenta de 1 a 10, es :

Nº de acontecimientos(n):	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº total de combinaciones (ΣC^n_r):	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
Nº total de promedios (ΣA^n_r):	0	1	4	11	26	57	120	247	502	1013

La inspección de la progresión del número total de combinaciones demuestra que esta figura es una función de n :

$$\Sigma C^n_r = 2^n$$

al igual que el número total posible de promedios:

$$\Sigma A^n_r = 2^n - (n + 1)$$

Resulta evidente que el número total de promedios que es posible formar a partir de un número dado de ítem aumenta a un índice levemente inferior al número 2 elevado a una potencia igual al número de ítem. La observación de la tabla demuestra que incluso para el número relativamente pequeño de componentes de nuestro ejemplo (10), el número de posibles promedios ya ha excedido 10^3 . Por lo tanto, no es necesario ir más allá de nuestro modesto ejemplo para ver el profundo efecto multiplicador del cálculo de promedios. De ahí que éstos no son sólo construcciones teóricas o datos de la experiencia sino que cada vez se hacen más numerosos que los ítem de los cuales se presume que ellos son resúmenes. Es probable que haya aquí una pérdida de información de otro tipo, de modo tal que si, por ejemplo, nos dan un conjunto de cinco promedios (todavía dentro de los diez últimos ítem de nuestro ejemplo) tenemos, en cierto modo, mucho menos del

panorama general (5/1023) que lo que tenemos cuando nos dan cinco observaciones reales (5/10).

Pero es una parte esencial de muchas deducciones estadísticas el hecho de que los promedios tiendan a agruparse mucho más que las observaciones individuales.⁵¹ ¿Cómo podemos explicar esto ante la tendencia multiplicadora que se acaba de debatir? Un breve análisis de nuestro triángulo de Pascal demostrará que la multiplicidad de las combinaciones, lejos de estar distribuida en forma pareja, está densamente concentrada en el punto $r = n/2$ como centro. Esta concentración es tal que en el punto $n = 10$, las tres clases medias de combinaciones incluyen más de la mitad de todas las combinaciones posibles para ese intervalo. Quizá resulte digno de destacarse que este triángulo no nos informa otra cosa que el coeficiente de expansión de nuestro viejo amigo, el binomio:

$$(p + q)^n$$

a medida que aumenta n . La relación entre la concentración de promedios y la aproximación de la curva normal parece, en consecuencia, aclararse un poco. El cálculo de los promedios no sólo multiplica casos, lo hace de acuerdo con un principio que progresivamente se aproxima a la curva normal. Por lo tanto, no es una cualidad sorprendente de los fenómenos que sus promedios se agrupen; es algo que podemos haber introducido de manera extraña a través del acto mismo de aplicar el promedio a la medición de los fenómenos. Pues al admitir los promedios y su mayor multiplicidad hemos reconocido también una buena cantidad de superposición o repetición concentradas. Si tomamos como medida de esta superposición el número de veces que un mismo ítem único (digamos A, de nuestro original A, B, . . . J) más el número de veces que cada ítem doble (por ejemplo, AB), más el número de veces que cada ítem triple (por ejemplo, ABC), etcétera, se repiten dentro del total de combinaciones que aparecen en nuestro triángulo, demostraremos por medio del cálculo, con el cual no volveremos a abrumar al lector, que el mayor grado de superposición está en el centro del tamaño promedio y disminuye simétricamente a cada uno de los lados. Tomando la última hilera de nuestro triángulo (es decir, $n = 10$) y limitándonos a aquellas combinaciones que reúnen las condiciones para ser promedios (es decir, $r = 2$ a $r = 10$), y observando debajo de cada una el número total de "repeticiones" (simples, dobles, etc.) descriptas anteriormente, tenemos :

$$\text{N}^\circ \text{ de promedios : } \quad \frac{C^{10}_2}{45} \quad \frac{C^{10}_3}{120} \quad \frac{C^{10}_4}{210} \quad \frac{C^{10}_5}{252} \quad \frac{C^{10}_6}{210} \quad \frac{C^{10}_7}{120} \quad \frac{C^{10}_8}{45} \quad \frac{C^{10}_9}{10} \quad \frac{C^{10}_{10}}{1}$$

$$\text{N}^\circ \text{ total de "repeticiones": } \quad 10 \quad 45 \quad 120 \quad 210 \quad 252 \quad 210 \quad 120 \quad 45 \quad 10$$

Se ha dicho suficiente, creo, para demostrar que cuando las estadísticas señalan que las medias de la muestra se aproximan a la distribución normal aun cuando las observaciones mismas son confusas, lo que pueden estar diciendo es, en realidad, que es posible

introducir una semblanza de simetría en distribuciones no normales⁵² aplicando a estas últimas un dispositivo que tiene una tendencia incorporada para multiplicar diferencialmente, de modo tal de conferir centralidad y unimodalidad a los datos.

6. Promedios, agregados y política pública

Hemos visto que es característico que los promedios y otros agregados 1) tiendan a suprimir las diferencias individuales y la tipicidad⁵³ real en procura de cuantificación o "resumen" y 2) representen, en la economía como en cualquier otro campo de la ciencia, un intento por ocuparse de los problemas en forma masiva. En parte, esto último es una reacción ante la incapacidad de poder tratar, con cierto grado de certeza, los acontecimientos individuales y representa una transacción con las dificultades epistemológicas.⁵⁴ Al no poder expresar con claridad los detalles de nuestra situación, parece como si nos hubiéramos contentado con alejarnos adoptando el uso del análisis masivo, y además, como si miráramos de soslayo la realidad con los párpados entrecerrados del razonamiento probabilístico.⁵⁵ Los métodos como éste harán que hasta un cuadro malo parezca bueno, con tal de que no nos acerquemos a él ni abramos los ojos. Sin embargo, finalmente, a todos se nos va a juzgar con buena luz y de cerca. No importa lo que hagamos por disfrazarla, la realidad económica sigue siendo dolorosamente individual y particular. Además no se ha logrado apreciar en la medida suficiente ni siquiera por parte de algunos científicos el hecho de que adoptar una explicación probabilística de los fenómenos equivale a negar de plano la causalidad.

Pero, en parte, el hecho de recurrir a los agregados de todo tipo es una faceta de nuestro apresurado acercamiento al control central como ideal de los asuntos económicos. La burocracia requiere la clasificación del hecho económico en relativamente pocos grupos de "homogeneidad" manejable ; detesta las diferencias simplemente porque no puede operar en un campo de sorprendente complejidad individual. En cierto sentido, se puede definir el socialismo en sí como la forma política de tendencia central;⁵⁶ utiliza el concepto de promedio no sólo como un medio de cálculo sino también como un fin. En el estado socialista real plenamente desarrollado, el individuo "promedio" dejará de ser un dispositivo estadístico del tipo que aquí se debate para convertirse en una descripción exacta de cada individuo real.⁵⁷ Sin embargo, esta exactitud no podrá lograrse mediante el refinamiento del método descriptivo de modo que se adapte mejor a la realidad sino que, de hecho, es todo lo contrario. El enfoque acumulativo de la economía se adapta muy bien a este programa. La palabra "promedio" incluso -hasta etimológicamente traiciona su referencia redistributiva, en este caso específico la redistribución de las pérdidas de la carga en tránsito.⁵⁸ Y nuestro tratamiento contemporáneo de los agregados totales como el "ingreso", los "salarios", el "capital" y sus afines se halla implícitamente en el mismo terreno. Dentro de cada uno de estos agregados hay innumerables diferencias funcionales que han sido eliminadas por la clasificación.⁵⁹

Una cosa es usar estos agregados como medida superficial y resumida de los resultados sociales y económicos del pasado y otra muy diferente considerarlos como causalmente

operativos unos con respecto a otros.⁶⁰ Sin embargo, parece ser que esto es lo que estamos haciendo y, en gran medida, como resultado de la confusión que existe con respecto a las limitaciones de los dispositivos estadísticos tan utilizados. Nuestra preocupación en este tema concierne específicamente al promedio y al reclamo, hasta cierto punto desesperado, de que resulta indispensable para el funcionamiento de los controles al poner en práctica la política pública.⁶¹ Pero éste es un argumento poco sólido: debemos tener la libertad de poder cuestionar el deseo de un planeamiento y un control central; y, por lo tanto, de señalar que no podemos encubrir la falsedad moral de la afirmación de que el fin justifica los medios utilizando el simple recurso de convertir a estos medios en geométricos o armónicos.

* Traducido de Mary Sennholz, ed., *On Freedom and Free Enterprise*, Princeton, D. van Nostrand Co., 1956.

¹ F. A. Hayek, *Prices and Production*, Londres, 1935, segunda edición revisada, pp. 4-5.

² Hasta Marshall se acerca a este pensamiento en su consejo a Schumpeter; véase P. A. Samuelson, "Economic Theory and Mathematics - An Appraisal", *American Economic Review*, tomo XVIII, N° 2 (mayo 1953) : 65.

³ Véase, por ejemplo, R. A. Gordon, "Business Cycles in the Interwar Period: The Quantitative-Historical Approach", *American Economic Review*, tomo XXXIX, N° 3 (mayo 1949): 51-3. Gordon señala que tanto los "modelos" econométricos de Tinbergen y del Grupo de la Comisión Cowles, como los estudios de ciclo del National Bureau, al igual que otras formas de enfoque estadístico, encuentran difícil hacer frente a la información que no puede ser cuantificada ni expresada en forma de promedios.

⁴ Creo que no podemos simplemente aceptar la "vaguedad sin objetivos" como inevitable para las ciencias sociales debido a su "juventud", tal como parece hacerlo la Srta. Wootton (véase *Testament for Social Science*, New York, 1950, p. 71). En realidad, el hecho mismo que esta escritora deplora de que "[...] muchos callejones sin salida son largos y [...] no siempre reconocemos esto hasta que nos hemos salido mucho del camino correcto [...]" es prueba de la definitiva ventaja (muy semejante a la de toda producción indirecta) de detenerse frente a las cuestiones metodológicas.

⁵ Véase F. S. C. Northrop, *The Logic of Sciences and the Humanities*, New York, 1949, pp. 33, 240-3; P. A. Samuelson, *Foundations of the Economic Analysis*, Cambridge, Massachusetts, 1948, pp. 91, 93, 226, 351-2.

⁶ Véase, por ejemplo, *The Methodology of Social Sciences*, Glencoe, Illinois, 1949, pp. 73-5, 86; J. Marschak, "Probability in the Social Sciences", en P. F. Lazarsfeld (ed.), *Mathematical Thinking in the Social Sciences*, Glencoe, Illinois, 1954, pp. 190-194; F. S. C. Northrop, op. cit., pp. 212, 243-9, 261, 263; T. G. Connolly y W. Sluckin, *An Introduction to Statistics for the Social Sciences*, Londres, 1968, p. 101.

⁷ Para un debate de la aplicación de este doble objetivo a las ciencias físicas en general, véase P. Duhem, "Representation vs. Explanation in Physical Theory", en P. P. Wiener (ed.), *Readings in the Philosophy of Science*, New York, 1953, pp. 454 y ss. Véase también J. M. Keynes, *A Treatise on Probability*, Londres, 1921, pp. 3, 327.

⁸ G. U. Yule y M. G. Kendall, *Introduction to the Elementary Theory of Statistics*, New York, 1950, 14ª edición revisada y ampliada, p. 112.

⁹ Es interesante observar que aun δ el otro parámetro determinante de una distribución junto con el promedio, no está, en sí mismo, libre de todas las dificultades que plantea la realización de un promedio. Calculamos cada desviación de la media cuando llegamos a la variación pero al calcular la desviación normal extraemos la raíz cuadrada del promedio de las desviaciones cuadradas, haciendo así que los casos extremos afecten a la variación y a la desviación estándar de manera desigual. Véase, por ejemplo, L. Cohen, *Statistical Methods for Social Scientists*,

New York, 1954, p. 46; W. E. Deming y R. T. Birge, *On the Statistical Theory of Sampling*, Washington D. C., 1937, p. 147; P. G. Hoel, *Introduction to Mathematical Statistics*, New York, 1954, segunda edición, p. 52.

¹⁰ Curiosamente, Yule y Kendall (op. cit., pp. 113-4) parecen sustentar su argumento, de una fácil comprensión del promedio precisamente ignorando este peligro; el ejemplo que brindan de un ingreso promedio en este sentido aparentemente supone una redistribución igualadora (estadísticamente hablando, por supuesto) del ingreso. Véase también F. H. Hayek, *The Counter-Revolution of Science*, Glencoe, Illinois, 1952, pp. 36-43.

¹¹ Véase, por ejemplo, R. G. D. Allen, *Statistics for Economists*, Londres, 1949, pp. 86-7; J. F. Kenney, *Mathematics of Statistics, Part One*, New York, 1947, segunda edición, 78.

¹² Véase Northrop, op. cit., pp. 35, 39, 247, 261.

¹³ Véase Marschak, op. cit., pp. 198-9.

¹⁴ Véase L. Robbins, *An Essay on the Nature and Significance of Economic Science*, Londres, 1935, segunda edición, p. 105; C. V. Langlois y C. Seignobos, *Introduction to the Study of History*, Londres, 1898, p. 218; Hayek, *The Counter-Revolution of Science*, pp. 38-9.

¹⁵ Véase L. von Mises, *Human Action*, New Haven, 1949, pp. 347-54; M.J. Maroney, *Facts from Figures*, Harmondsworth, Middlesex, 1951, p. 43.

¹⁶ Véase, por ejemplo, A. Standen, *Science is a Sacred Cow*, New York, 1950, p. 82: "Si los ídolos de los científicos se apilaran uno sobre el otro como un totem, el que estuviera arriba de todo sería un sonriente fetiche denominado medición". Véase también Hayek, *The Counter-Revolution of Science*, pp. 50-1.

¹⁷ Véase Northrop, op. cit., pp. 241 y ss., 268; Kenney, op. cit., p. 81; G.J. Stigler, *Five Lectures on Economic Problems*, New York, 1950, p. 43; R. A. Fisher, *The Design of Experiments*, Londres, 1937, segunda edición, pp. 4, 119; C. E. Weatherburn, *A First Course in Mathematical Statistics*, Cambridge, 1946, p. 30; Maroney, op. cit., p. 37. Hayek señala (op. cit., p. 214, nota 45) que el uso de la matemática no tiene necesariamente relación con los intentos por medir los fenómenos sociales, pero puede utilizarse simplemente para representar las relaciones a las cuales nunca podrán asignárseles valores numéricos.

¹⁸ Véase Weber, op. cit., pp. 73, 75, esp. 86; Standen, op. cit., pp. 204-6.

¹⁹ Véase Mises, op. cit., pp. 223-4, 410-11.

²⁰ Véase R. H. MacIver, *Social Causation*, Boston, 1942, pp. 27, 65, 377; Kenney, op. cit., p. 84.

²¹ Véase Weber, op. cit., p. 119.

²² Véase Fisher, op. cit., pp. 45, 225-6; T. C. Koopmans, "The Econometric Approach to Business Fluctuations", *American Economic Review*, tomo XXXIX, N° 3 (mayo 1949) : 64; J. A. Schumpeter, "Science and Ideology", *American Economic Review*, tomo XXXIX, N° 2 (mayo 1949): 345. Véase especialmente Mises, op. cit., pp. 106-17, 396; la diferenciación que se hace aquí entre probabilidad de "clase" y de "caso" parece poder aplicarse correctamente a este problema.

²³ Véase P. A. Samuelson, "Economic Theory and Mathematics - An Appraisal", *American Economic Review*, tomo XLII, N° 2 (mayo 1952) : 61-2.

²⁴ Véase Northrop, op. cit., pp. 201-12; M. R. Cohen, *Reason and Nature*, Glencoe, Illinois, 1953, segunda edición, p. 224; K. Pearson, *The Grammar of Science*, Londres, 1937, pp. 128-9; MacIver, op. cit., pp. 54, 60n.

²⁵ Northrop, op. cit., pp. 343-7.

²⁶ Véase ibídem, pp. 248-9, 261-3; Connolly y Sluckin, op. cit., p. 101; P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, pp. 21-7; Marschak, op. cit., pp. 190-2.

²⁷ Véase ibídem, p. 194; Standen, op. cit., pp. 146, 166-6; MacIver, op. cit., p. 268; Wootton, op. cit., pp. 17, 21, 26, 80-1, 84-6.

²⁸ Véase Allen, op. cit., p. 17.

²⁹ Véase Hayek, "The Use of Knowledge in Society", *American Economic Review*, tomo XXXV, N° 4 (septiembre 1946): 621-4.

³⁰ Véase ibídem; también Hoel, op. cit., pp. 50-1.

³¹ En esta sección se debate únicamente el aspecto descriptivo de este reclamo; el aspecto deductivo será examinado con posterioridad. Véase Keynes, op. cit., p. 336; Deming y Birge, op. cit., p. 160.

³² Véase Connolly y Sluckin, op. cit., p. 29; L. Cohen, op. cit., pp. 40, 155; Hoel, op. cit., pp. 50-7. Un ejemplo extremo es la denominada distribución Cauchy, cuyos momentos teóricos son infinitos y, por lo tanto, la media se convierte en una medida mucho más eficaz de ubicación que el promedio.

³³ Véase, por ejemplo, A. Eddington, *The Philosophy of Physical Science*, New York, 1939, p. 61; Marschak, op. cit., pp. 2-3; C. S. Peirce, "The Doctrine of Necessity Examined", en P. P. Wiener, op. cit., pp. 485-96.

³⁴ Resulta prácticamente imposible discutir las distribuciones estadísticas sin ser conducidos, tal como ocurre con la mayoría de los autores, a la teoría de la probabilidad. Las obras mencionadas aquí no son, evidentemente, ninguna excepción; véase, por ejemplo, Hoel, op. cit., p. 30; L. Cohen, op. cit., pp. 89-100; Yule y Kendall, op. cit., pp. 207-12; 312, 336-43; Connolly y Sluckin, op. cit., pp. 79, 87-8, 102; Lazarsfeld, op. cit., pp. 9, 168, 188, 423; Deming y Birge, op. cit., pp. 131, 137; Fisher, op. cit., p. 19; Kenney, op. cit., p. 181; Weatherburn, op. cit., pp. 34-6; Northrop, op. cit., pp. 210, 218; Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, p. 23. Consúltese también especialmente H. Poincaré, *Science and Hypothesis*, New York, 1962, cap. XI, pp. 183-210 y *Science and Method*, New York, 1962, pp. 64-6, 74-90, 87-8, 284-8 (ambos en inglés traducidos por F. Maitland).

³⁵ Véase Connolly y Sluckin, op. cit., pp. 70-1; Yule y Kendall, op. cit., pp. 180, 186, 487; Kenney, op. cit., pp. 114-119; Fisher, op. cit., pp. 40-61; Poincaré, *Science and Hypothesis*, pp. 206-7.

³⁶ Véase, por ejemplo, L. Cohen, op. cit., p. 61; Yule y Kendall, op. cit., p. 176; Keynes, op. cit., pp. 48-9.

³⁷ Véase Yule y Kendall, op. cit., pp. 171-6; Poincaré, *Science and Method*, p. 79; L. Cohen, op. cit., pp. 71-2; Northrop, op. cit., p. 207; Connolly y Sluckin, op. cit., p. 69; Maroney, op. cit., pp. 91, 96, 129.

³⁸ Poincaré, *Science and Hypothesis*, pp. 198-200; *Science and Method*, pp. 78-84; véase también Weatherburn, op. cit., pp. 34-6; R. von Mises, "Causality and Probability", en Wiener, op. cit., p. 601-4.

³⁹ Véase L. Cohen, op. cit., pp. 64-6. Si se desea un panorama especial de la distribución Poisson en este sentido, consúltese también Maroney, op. cit., pp. 97-100.

⁴⁰ La independencia estadística también puede describirse como "obediencia al teorema de la multiplicación de la probabilidad" (véase Weatherburn, op. cit., pp. 26-7, 81); la distinción realizada por este último entre independencia "estadística" y "funcional" no creo que elimine necesariamente la dificultad mencionada en esta sección. Véase también Keynes, op. cit., p. 64.

⁴¹ Véase Marschak, op. cit., pp. 202-4; MacIver, op. cit., pp. 93, 300, 309; Fisher, op. cit., pp. 222-3.

⁴² El hecho de que esto se aplica todo el tiempo hasta llegar al caso limitante de una variable perfectamente continua queda ilustrado por la similar igualdad a la unidad del área bajo la curva normal. (Véase, por ejemplo, Maroney, op. cit., p. 113.)

⁴³ Véase Hayek, "The Use of Knowledge in Society", *American Economic Review*, tomo XXXV, N° 4 (septiembre 1945): 521.

⁴⁴ Véase Maroney, op. cit., p. 35.

⁴⁵ Op. cit., p. 19.

⁴⁶ Véase T. C. Koopmans (ed.), *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, New York, 1950, p. 266; A. G. Hart, "Model-building and Fiscal Policy", *American Economic Review*, tomo XXXV, N° 4 (septiembre 1945) : 538; P. A. Samuelson, *Foundations of Economic Analysis*, pp. 354-5 ; L. Cohen, op. cit., pp. 131-2; A. Marshall, *Principles of Economics*, New York, 1925, octava edición, pp. 36-7.

⁴⁷ El carácter instantáneo o atemporal de la matemática no tiene "pasaje" o duración y no puede representar, en sus ecuaciones, la irreversibilidad del tiempo; (véase MacIver, op. cit., pp. 66-7). Véase también Koopmans, op. cit., p. 3; Samuelson, op. cit., p. 4 y L. von Mises, op. cit., p. 56.

⁴⁸ Véase Marschak, op. cit., p. 175; Northrop, op. cit., pp. 33, 239-43.

⁴⁹ Véase Yule y Kendall, op. cit., p. 333. Al recurrir al análisis probabilístico como el método para tratar aquello que finalmente ignoramos, véase Poincaré, *Science and Hypothesis*, pp. 184-5, 189-90, 208-9 y *Sciences and Method*, pp. 64-5, 87-90, 284-8. Además, el razonamiento a partir de la probabilidad, y pruebas de importancia basadas en él, pueden tener solamente una fuerza permisiva ; véase Connolly y Sluckin, op. cit., pp. 87-8, 102, 153-5; L. Cohen, op. cit., pp. 89-99 ; Yule y Kendall, op. cit., pp. 207-12, 312, 335, 423, 437; Lazarsfeld, op. cit., pp. 9, 168, 188, 423; Deming y Birge, op. cit., pp. 131, 137 y ss.; Fisher, op. cit., p. 19; Maroney, op. cit., pp. 219-20.

⁵⁰ Esto se basa en la suposición de que el orden de los acontecimientos no es un factor; (véase por ejemplo, Hoel, op. cit., p. 293). Si el orden de los acontecimientos que ingresan al promedio estuviera relacionado (tal como podría posiblemente ocurrir en la economía), tendríamos que ocuparnos no de "combinaciones" sino de "permutaciones", un grupo todavía más numeroso.

⁵¹ Véase Yule y Kendall, op. cit., pp. 382-7; 434-7; L. Cohen, op. cit., pp. 87-90; Connolly y Sluckin, op. cit., pp. 28, 81-5, 92-3; Deming y Birge, op. cit., p. 123; Weatherburn, op. cit., pp. 119-25; Allen, op. cit., p. 117; Keynes, op. cit., pp. 337-66.

⁵² Véase Hoel, op. cit., pp. 103-5; Maroney, op. cit., pp. 94, 135-40.

⁵³ Véase, por ejemplo, Weber, op. cit., pp. 100-1; Fisher, op. cit., pp. 45, 225-6.

⁵⁴ Véase L. von Mises, op. cit., pp. 39, 47, 57, 64, 86, passim.

⁵⁵ Véase Hoel, op. cit., pp. 15, 29-30; Northrop, op. cit., p. 210 y ss. Una parte de esto ha sido el hecho de recurrir al azar y la suposición relacionada de la equi-probabilidad de todo lo no conocido; véase Fisher, op. cit., p. 23 y ss.; Poincaré, *Science and Method*, pp. 9-10, 66, 74-5, 80-1; Koopmans, op. cit., pp. 2-6; Connolly y Sluckin, op. cit., p. 79; Samuelson, op. cit., p. 23; Keynes, op. cit., pp. 7-15, 21-4, 42-4, 61-4.

⁵⁶ Véase Northrop, op. cit., p. 355.

⁵⁷ Véase K. Marx, *Capital*, New York, n.d., Modern Library Edition, p. 22; Samuelson, op. cit., p. 223; Hayek, *The Counter-Revolution of Science*, pp. 53-63; L. von Mises, op. cit., pp. 267, 697-9, 706-11.

⁵⁸ Véase Maroney, op. cit., p. 34.

⁵⁹ Véase A. N. Whitehead, *An Introduction to Mathematics*, New York, 1948, p. 32 y ss.; Keynes, op. cit., pp. 328-9. Para un ejemplo muy reciente y bastante extremo de la fe en la clasificación como camino hacia el conocimiento en economía, véase E. C. Harwood, *Reconstruction of Economics*, Great Barrington, Massachusetts, 1955, pp. 8-9; el Sr. Harwood encuentra gran conveniencia en la identificación del "saber" con la "operación de designar", tal como lo hicieran John Dewey y A. F. Bentley (*Knowing and the Known*, Boston, 1949, p. 296), y al mismo tiempo admite que "[...] nada de lo que se acaba de decir autoriza a los economistas, ni a ningún otro, a usar la palabra 'conocimiento' con el fin de especificar (designar científicamente) cualquier cosa en particular"; no obstante él afirma que como resultado de este enfoque, "[...] los economistas pueden, al menos, bajarse de sus diversos árboles del 'conocimiento' y estudiar el terreno relativamente sólido del saber y de lo conocido". (Nos apresuramos a agregar que han estado en los árboles por razones más epistemológicas que atávicas.)

⁶⁰ Véase, por ejemplo, Samuelson, op. cit., pp. 9, 99, 118, 223-7, 351-2; Connolly y Sluckin, op. cit., pp. 118-35.

⁶¹ Para algunas expectativas optimistas expresadas por quienes escriben sobre estadísticas en este sentido, véase Kenney, op.cit., p. 2. Véase también Yule y Kendall, op. cit., p. 206.